「日本の定理」のMaxima解法とKeT-LMS教材化の試み

高遠節夫
KeTCindy Center

城西大数学教育セミナー
2024.03.23

Japanese Theorem

- 和算の図形問題は，結果は美しいが計算大変
- Japanese theorem(I) もその１つ．
- 大島利雄氏に教わった．(以下は,数学通信2023 第２号)
  https://www.mathsoc.jp/assets/file/publications/tushin/2802/2802oshima.pdf
- KETCindyJS で対話的な HTML を作成 (2022)
  https://s-takato.github.io/ketcindysample/
- 四辺形の場合（丸山良寛の定理，1807 続神壁算法）で証明すればよい．

数式処理システムでの解法

- 座標幾何の利用

  数式処理は有理式計算には強いが

  根号が出てくると途端にもたもたする

- 三角形 ABC について MNR 法を考案

  $m = \tan\frac{B}{2}, n = \tan\frac{C}{2}$ と内接円の半径 r

  m, n, r で諸量を表す.

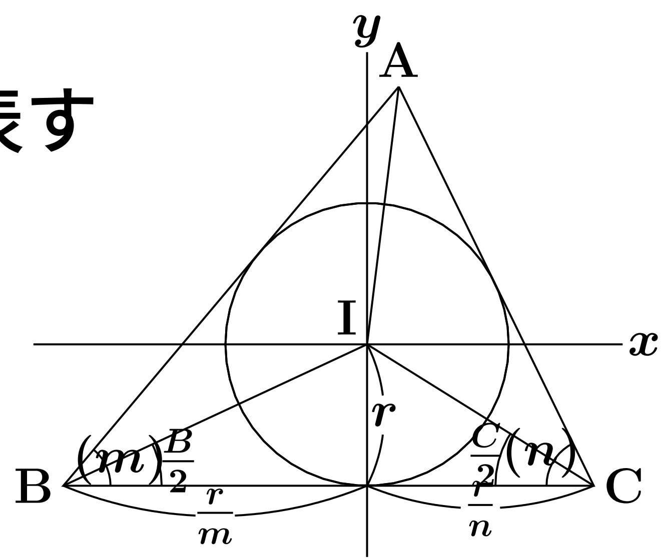
MNR 法

- $m = \tan\frac{B}{2},\ \ B = 2\tan^{-1}(m)$
- m について，上の角 B を (m) で表す

  $(1) = \frac{\pi}{2},\ \ \frac{\pi}{3} = (\frac{1}{\sqrt{3}})$
- 三角形の諸量は m, n, r の有理式

  $\mathrm{B}(-\frac{r}{m}, -r)$, $\mathrm{BC} = \frac{r}{m} + \frac{r}{n}$

  $S = sr,\ \ R = \frac{a}{2\sin A}$
- (m) の補角 supA(m) と余角 comA(m)　$(\frac{1}{m}),\ \ (\frac{1-m}{1+m})$



MNR パッケージの作成

(1) Maxima のパッケージを KETCindy に入れた

Ketcindy/ketlib/maximaL/mnr.max

(2) 主要な関数は以下の３つ

putT(m,n,r)	前ページのように三角形をおく
slideT(p1,p2)	p1 が p2 になるように平行移動
rotateT((m),pt)	pt を中心に (m) 回転

(3) 諸量はグローバル変数 (上の関数で値が変化)

vtxT(L,R),edgB(L,R),inC,inR,cirC,cirR,...

Japanese Theorem(1) の証明

- 四辺形で示す (jpnth1proof.cdy を実行)

$$r1=\frac{amn1}{n1+m}$$

$$r2=\frac{a(n1-n)(mnn1+n1-n+m)}{(n^2+1)(n1+m)(mn1-1)}$$

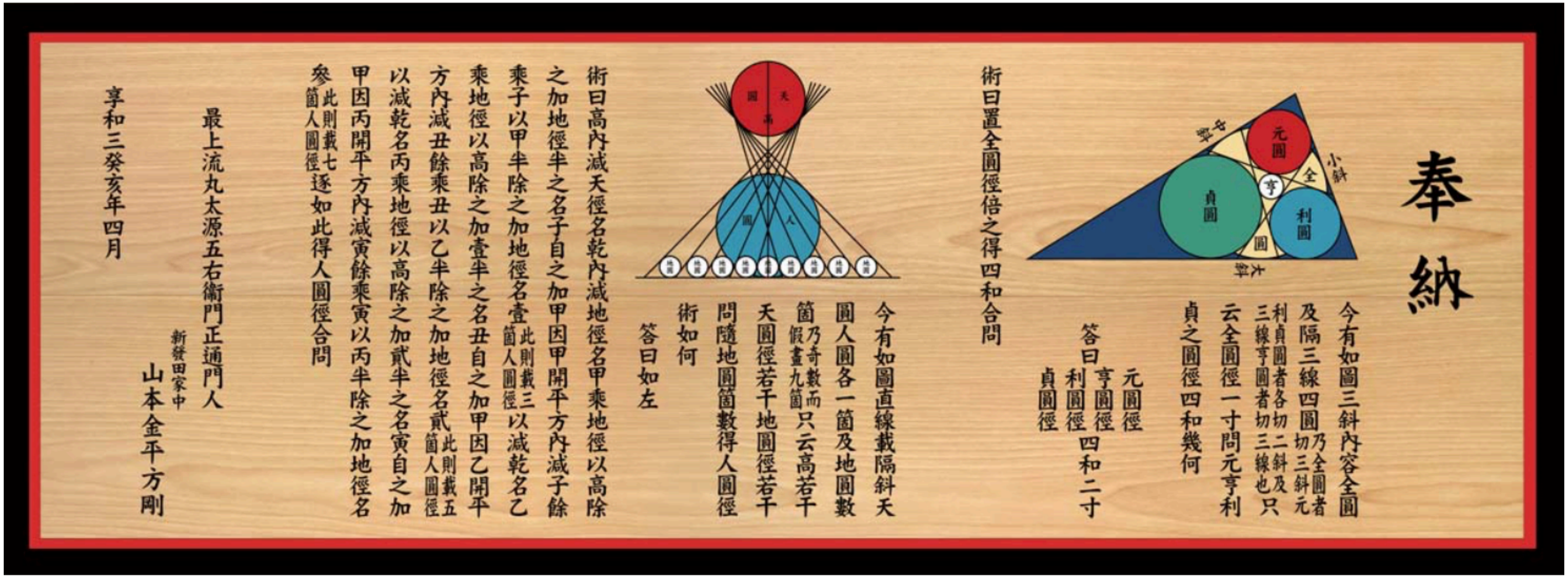
$$r3=\frac{an(mnn1+n1-n+m)}{(n^2+1)(n1+m)}$$

$$r4=\frac{a(m^2+1)n1(n1-n)}{(n^2+1)(n1+m)(mn1-1)}$$

$$sum12=\frac{a(m^2n^2n1^2+mnn1^2+m^2n1^2+n1^2-2mn^2n1-2nn1+n^2-mn)}{(n^2+1)(n1+m)(mn1-1)}$$

$$sum34=\frac{a(m^2n^2n1^2+mnn1^2+m^2n1^2+n1^2-2mn^2n1-2nn1+n^2-mn)}{(n^2+1)(n1+m)(mn1-1)}$$

Japanese Theorem(2)



新潟県白山神社, 享和 3 年 (1803)

涌田和芳, 外川一仁, 新潟白山神社の紛失算額, 長岡高専紀要,2011

Japanese Theorem(2) の教材化

(1) 学生リスト.txt を作っておく

(2) 問題ファイル question001-1.txt を作成

(3) toolketmath.cdy を実行
kettaskv001-1.html が作成される

(4) png やスクリプトを埋め込む
kettaskv001-1id.html が作成される

(5) デモ「ketcindy home」で検索
1. Archives>024-03-23 Josai Seminar
2. 「日本の定理 II の KeTLMS」をクリック

まとめ

- MNR法は平面図形の問題を解く手段として強力
- KETCindyと連携して計算過程を視覚化できる
- KeT-LMSはテキストベースで課題送受を行うので，オンライン型授業に有用
- 和算問題のKeT-LMSは学生の関心を高めるのに効果的
- PNG, スクリプトの埋め込みにより効果性向上

  簡単かつ確実な方法を模索中